第5講　2次曲線

5

［A］ 直線 $l:x=-2$，A(2，0)，点 B$(-2, 0)$ とする．

次の各問いに答えよ．

(1) P と l の距離と A と P の距離が等しい点 P の軌跡を求めよ．

(2) AP＋BP＝6 となる点 P の軌跡を求めよ．

(3) AP－BP＝2 となる点 P の軌跡を求めよ．

［B］ 次の各問いに答えよ．

(1) 曲線 $x^2+4y^2-8y=0$ を図示せよ．

(2) 曲線 $x^2-4y^2+8y-8=0$ を図示せよ．

(3) 曲線 $y=\sqrt{9-4x^2}$ を図示せよ．また，$x=1$ における接線の方程式を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５講　２次曲線

5　次の２次曲線を図示せよ．

（1）　$4x^2+y^2-2y-3=0$

（2）　$y^2-8x+6y-7=0$

（3）　$x^2-4y^2-6x-16y-32=0$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５講　２次曲線

5

［A］　直線 $l: x=-2$，A(2，0)，点 B(−2，0) とする．

次の各問いに答えよ．

(1)　P と l の距離と A と P の距離が等しい点 P の軌跡を求めよ．

(2)　AP＋BP＝6 となる点 P の軌跡を求めよ．

(3)　AP−BP＝2 となる点 P の軌跡を求めよ．

［B］　次の各問いに答えよ．

(1)　曲線 $x^2+4y^2-8y=0$ を図示せよ．

(2)　曲線 $x^2-4y^2+8y-8=0$ を図示せよ．

(3)　曲線 $y=\sqrt{9-4x^2}$ を図示せよ．また，$x=1$ における接線の方程式を求めよ．

【答】　［A］ (1) $y^2=8x$　(2) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$　(3) $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1\ (x<0)$

［B］ (1) 略　(2) 略　(3) $4x+\sqrt{5}\,y=9$

【解説】　［A］ (1)　P$(X,\ Y)$ とおき，H$(-2,\ Y)$ とすると，P と l の距離は

$$\mathrm{PH}=|X-(-2)|=|X+2|$$

なので

$$\begin{aligned}\mathrm{AP}=\mathrm{PH}\ &\iff \sqrt{(X-2)^2+Y^2}=|X+2|\\ &\iff (X-2)^2+Y^2=(X+2)^2\\ &\iff Y^2=8X\end{aligned}$$

となるから，求める軌跡は $\boldsymbol{y^2=8x}$

(2)　P$(X,\ Y)$ とおくと

$$\begin{aligned}\mathrm{AP}+\mathrm{BP}=6\ &\iff \sqrt{(X-2)^2+Y^2}+\sqrt{(X+2)^2+Y^2}=6\\ &\iff \sqrt{(X-2)^2+Y^2}=6-\sqrt{(X+2)^2+Y^2}\\ &\iff (X-2)^2+Y^2=\{6-\sqrt{(X+2)^2+Y^2}\}^2 \text{ かつ } 6-\sqrt{(X+2)^2+Y^2}\geqq 0\\ &\iff (X-2)^2+Y^2=36-12\sqrt{(X+2)^2+Y^2}+(X+2)^2+Y^2 \text{ かつ } \sqrt{(X+2)^2+Y^2}\leqq 6\\ &\iff 3\sqrt{(X+2)^2+Y^2}=9+2X \text{ かつ } (X+2)^2+Y^2\leqq 36\\ &\iff 9\{(X+2)^2+Y^2\}=(9+2X)^2 \text{ かつ } 9+2X\geqq 0 \text{ かつ } (X+2)^2+Y^2\leqq 36\\ &\iff \frac{X^2}{9}+\frac{Y^2}{5}=1 \text{ かつ } X\geqq -\frac{9}{2} \text{ かつ } (X+2)^2+Y^2\leqq 36\end{aligned}$$

となるから，求める軌跡は $\boldsymbol{\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1}$

©RECRUIT HOLDINGS

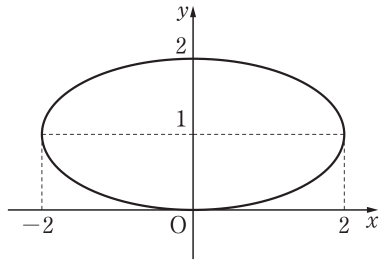
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　P$(X,\ Y)$ とおくと

$$\begin{aligned}
\mathrm{AP}-\mathrm{BP}=2 &\iff \sqrt{(X-2)^2+Y^2}-\sqrt{(X+2)^2+Y^2}=2\\
&\iff \sqrt{(X-2)^2+Y^2}=2+\sqrt{(X+2)^2+Y^2}\\
&\iff (X-2)^2+Y^2=\{2+\sqrt{(X+2)^2+Y^2}\}^2\\
&\iff (X-2)^2+Y^2=4+4\sqrt{(X+2)^2+Y^2}+(X+2)^2+Y^2\\
&\iff \sqrt{(X+2)^2+Y^2}=-2X-1\\
&\iff (X+2)^2+Y^2=(-2X-1)^2 \text{ かつ } -2X-1\geqq 0\\
&\iff X^2-\frac{Y^2}{3}=1 \text{ かつ } X\leqq -\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

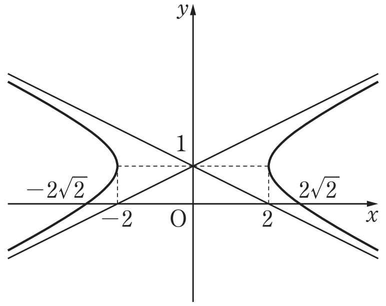
となるから，求める軌跡は $\boldsymbol{x^2-\dfrac{y^2}{3}=1\ (x<0)}$

［B］ (1)　$x^2+4y^2-8y=0 \iff \dfrac{x^2}{4}+(y-1)^2=1$ で焦点は$(\pm\sqrt{3},\ 1)$ などより



(2)　$x^2-4y^2+8y-8=0 \iff \dfrac{x^2}{4}-(y-1)^2=1$ で焦点は $(\pm\sqrt{5},\ 1)$，漸近線は

$y=\pm\dfrac{1}{2}x+1$ などより

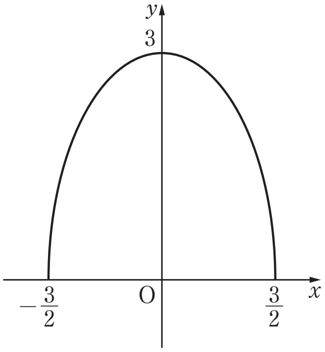


©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　$y=\sqrt{9-4x^2}$ $\iff$ $y^2=9-4x^2$ かつ $y\geqq 0$ $\iff$ $\dfrac{4x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}=1$ かつ $y\geqq 0$ となり，

焦点は$\left(0,\ \pm\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$などよりグラフは下図.



また $x=1$ のとき $y=\sqrt{5}$ なので，求める接線の方程式は $\dfrac{4\cdot 1}{9}x+\dfrac{\sqrt{5}}{9}y=1$ ゆえに

$\boldsymbol{4x+\sqrt{5}\,y=9}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５講　２次曲線

5　次の２次曲線を図示せよ．

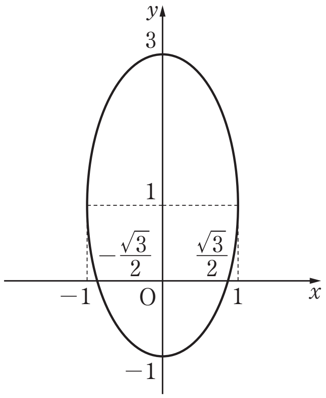
（1）　$4x^2+y^2-2y-3=0$

（2）　$y^2-8x+6y-7=0$

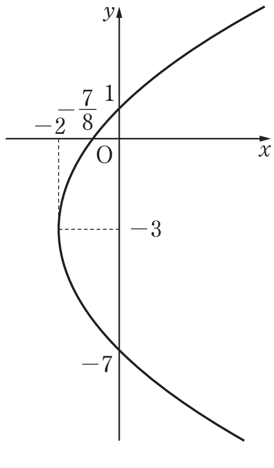
（3）　$x^2-4y^2-6x-16y-32=0$

【答】　略

【解説】（1）　$4x^2+y^2-2y-3=0 \iff x^2+\dfrac{(y-1)^2}{4}=1$ で焦点は$(0,\ 1\pm\sqrt{3})$ などより



（2）　$y^2-8x+6y-7=0 \iff (y+3)^2=4\cdot 2(x+2)$ で焦点は$(0,-3)$，準線は$x=-4$ などより



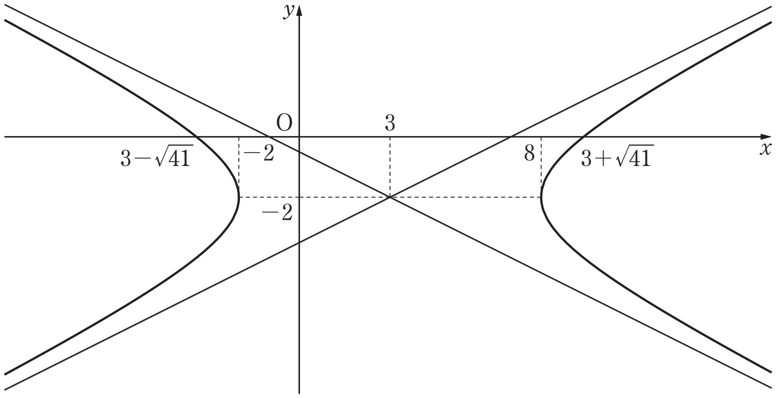
（3）　$x^2-4y^2-6x-16y-32=0 \iff \dfrac{(x-3)^2}{25}-\dfrac{4(y+2)^2}{25}=1$ で焦点は

$\left(3\pm\dfrac{5\sqrt{5}}{2},\ -2\right)$，

漸近線は $y=\pm\dfrac{1}{2}(x-3)-2$ などより

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。